

Amy Ackerberg-Hastings (MAA Convergence)

Co-editor of CSHPM Notes

Les articles de la SCHPM présentent des travaux de recherche en histoire et en philosophie des mathématiques à la communauté mathématique élargie. Les auteurs sont membres de la Société canadienne d'histoire et de philosophie des mathématiques (SCHPM). Vos commentaires et suggestions sont le bienvenue; ils peuvent être adressées vers le rédacteur.

Amy Ackerberg-Hastings, chercheuse indépendante (aackerbe@verizon.net)

Nicolas Fillion, Simon Fraser University (nfillion@sfsu.ca)

Deux courants des mathématiques modernes se sont rejoints dans l'ouvrage de **Robert Simson** intitulé *The Elements of Euclid* [11] (Les Éléments d'Euclide), publié en 1756 : les efforts visant à compiler des éditions faisant autorité des *Elements of Geometry* d'Euclide et l'adoption des *Elements* d'Euclide comme manuel universitaire, qui a supplplanté les ouvrages sur la géométrie pratique ainsi que les manuels de synthèse couvrant toutes les matières mathématiques standard. Simson (1687-1768, figure 1) a passé toute sa carrière à l'université de Glasgow, où il s'est notamment efforcé de restaurer les versions originales des ouvrages grecs anciens, en particulier les traités d'*Apollonius* (vers 262-190 avant J.-C.) et d'*Euclide* (vers 325-265 avant J.-C.). Il pensait pouvoir déduire ce que ces auteurs avaient dit avant que leurs mots ne soient corrompus par la copie et la traduction, principalement en utilisant les méthodes de preuve de la Grèce antique connues sous le nom d'analyse et de synthèse [2]. *The Elements of Euclid* ont été publiés simultanément en anglais et en latin (figure 2), ce qui était l'un des nombreux signes dans le texte indiquant que Simson se considérait comme un chercheur historique sérieux.



Figure 1. Portrait de Robert Simson peint en 1770 par William Cochrane d'après un portrait réalisé en 1746 par Peter De Nune. Galerie d'art Hunterian, Université de Glasgow, GLAHA:44313.

Les éditeurs ultérieurs d'Euclide, tels que **Thomas Heath** (1861-1940), ont reconnu la valeur du travail éditorial de Simson, même si son objectif ultime de recréer fidèlement ces textes était irréaliste, les versions les plus anciennes qui nous soient parvenues datant de plusieurs siècles après la mort de leurs auteurs. Les lecteurs de Simson étaient toutefois beaucoup plus intéressés par la manière dont *The Elements of Euclid* pouvaient changer l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie euclidienne. Les exemplaires en anglais se vendirent immédiatement en beaucoup plus grand nombre que ceux en latin, et en 1762, l'éditeur commença à commercialiser une version plus petite et moins chère, encore mieux adaptée aux étudiants de l'enseignement supérieur et secondaire [4]. Le manuel a été traduit en portugais, en espagnol, en français et en allemand, et il a été réimprimé au moins 70 fois, dont 26 fois en Grande-Bretagne avant 1780 et 12 fois aux États-Unis au début du XIXe siècle. De plus, on lui attribue le mérite d'avoir servi de point de départ à la plupart des autres éditeurs des *Elements* d'Euclide jusqu'au XXe siècle [5].

THE
E L E M E N T S
O F
E U C L I D,
VIZ.
THE FIRST SIX BOOKS,
TOGETHER WITH THE
ELEVENTH AND TWELFTH.

In this Edition, the Errors, by which THEON, or others, have long ago vitiated these Books, are Corrected,
And some of EUCLID's Demonstrations are Restored.

BY
ROBERT SIMSON, M.D.
Professor of Mathematics in the University of Glasgow.

GLASGOW,
PRINTED BY ROBERT AND ANDREW FOULIS
PRINTERS TO THE UNIVERSITY
M.DCC.LVI.



E U C L I D I S
ELEMENTORUM

LIBRI PRIORES SEX,

ITEM

UNDECIMUS ET DUODECIMUS,

EX VERSIONE LATINA

FEDERICI COMMANDINI;

Sublatis illis quibus olim Libri hi. 2 THEONE, aliisque, Vitiani sunt,
Et quibusdam EUCLIDI Demonstrationibus Restitutis,

A R O B E R T O S I M S O N, M.D.

In Academia Glasguensi Mathematico Professore.

GLASGUAE,
IN AEDIBUS ACADEMICIS
EXCUDEBANT ROBERTUS ET ANDREAS FOULIS
ACADEMIAE TYPOGRAPHI
M.DCC.LVI.

Digitized by Google

Figure 2. Les pages de titre en anglais et en latin de *The Elements of Euclid* (1756). Archive Internet.

On ignore quand le manuel de Simson est arrivé au Canada. Les prêtres jésuites ont été les premiers à enseigner les mathématiques, à l'aide de livres et de manuscrits français, au Québec aux XVII^e et XVIII^e siècles [6]. Thomas Archibald et Louis Charbonneau ont rapporté que la plupart des manuels de mathématiques en anglais étaient importés de Grande-Bretagne et des États-Unis jusqu'aux années 1850, bien que quelques ouvrages d'arithmétique aient été réimprimés au Canada. Ils ont également noté qu'un manuel anonyme de géométrie élémentaire en français, préparé en 1853 pour le Collège nautique du Canada, consistait en une traduction partielle du livre I des *Elements* d'Euclide [3]. Des recherches dans les catalogues Voilà, Aurora et University of Toronto (UT) ont permis de découvrir plusieurs exemplaires imprimés du volume complet de Simson datant du XVIII^e siècle, dispersés dans différentes universités canadiennes, mais la plupart des archives n'indiquent pas si ces livres ont été utilisés pour l'enseignement ou s'ils ont été acquis ultérieurement par donation ou achat. Les notes de provenance sur deux des sixièmes éditions de 1781 de l'UT, qui indiquent que l'une a été utilisée par le politicien irlandais Quintin Dick (1777-1858) lorsqu'il était étudiant au Trinity College de Dublin et que l'autre a été offerte au politicien écossais Andrew Bannatyne (1798-1871) par le mathématicien d'Édimbourg Dugald Stewart (1753-1823) en 1811 — suggèrent que la plupart des volumes sont probablement arrivés dans les bibliothèques qui les conservent aujourd'hui par ce dernier moyen d'acquisition.

Comme indiqué ci-dessus, bien que *The Elements of Euclid* soit resté une source importante pour l'analyse savante des *Elements* d'Euclide jusqu'au début du XX^e siècle, il a été progressivement supplanté dans les cours de géométrie britanniques et américains par *Elements of Geometry* de John Playfair (1795), les traductions des *Éléments de géométrie* d'Adrien-Marie Legendre (1794) et divers dérivés de ces manuels. Au milieu du XIX^e siècle, il était rare de trouver le livre de Simson dans une école secondaire ou un collège. Il est donc remarquable que, peu après la Confédération, deux éditeurs torontois aient étendu l'influence de Simson au Canada en réimprimant deux manuels de géométrie du début du XIX^e siècle basés sur *The Elements of Euclid* [9 ; 13 ; figure 3].

EUCLID'S
ELEMENTS OF GEOMETRY,
BOOK I.,
BASED ON SIMSON'S TEXT;
WITH
EXPLANATORY REMARKS, ETC.
BY
FRANCIS YOUNG.

The steps are guided by no lamp more steadily, through the dark mazes of Nature; by no thread more surely, through the infinite turnings of the labyrinth of Philosophy; nor, lastly, is the bottom of Truth sounded more happily by our other lamp.—Bacon (in the Study of Mathematics).

TORONTO:
JAMES CAMPBELL & SON.

AUTHORIZED BY THE COUNCIL OF PUBLIC INSTRUCTION.

THE SCHOOL EDITION.

EUCLID'S
ELEMENTS OF GEOMETRY,
THE FIRST SIX BOOKS,

CHIEFLY FROM THE TEXT OF DR. SIMSON,
WITH
EXPLANATORY NOTES;

A Series of Questions on each Book;

AND
A SELECTION OF GEOMETRICAL EXERCISES FROM THE SENATE,
HOUSE AND COLLEGE EXAMINATION PAPERS;
WITH HINTS, ETC.

DESIGNED FOR THE USE OF THE JUNIOR CLASSES IN PUBLIC AND
PRIVATE SCHOOLS.

BY
ROBERT POTTS, M.A.,
TRINITY COLLEGE.
WITH APPENDIX BY THOS. KIRKLAND, M.A.,
Science Master, Normal School.

FIVE HUNDREDTH THOUSAND.

TORONTO:
ADAM MILLER & CO.
1876.

Figure 3. Pages de titre des éditions canadiennes de l'ouvrage *Euclid's Elements of Geometry* (Les Éléments de géométrie d'Euclide) de Young et Potts (1871 et 1876). Archive Internet.

On sait peu de choses sur Francis Young, si ce n'est qu'il était enseignant à la St. Edmund's School of Kingsbridge, dans le Devon, en Angleterre, et qu'il a produit au moins deux séries de manuels scolaires pour Routledge au milieu du XIXe siècle : *Routledge's Educational Manuals* et *The Class and Home-Lesson Books* [12]. Il semble qu'il s'agissait de petits volumes de 65 à 80 pages. Le premier ouvrage à paraître dans la section mathématique des *Routledge's Educational Manuals* était *Euclid's Elements of Geometry, Book I, Based on Simson's Text with Explanatory Remarks* (1858). La réédition de 1871 par James Campbell & Son s'ouvre sur un bref historique de la géométrie, indique à tort que la date de publication des *Elements* d'Euclide est 1758-1759 et la décrit comme remplacée par la « précieuse édition annotée » de Robert Potts, qui réapparaîtra ci-dessous [13, pp. iii-iv]. Le texte consacre plusieurs pages aux définitions et présente les trois postulats et les 12 axiomes de Simson. De même, les 48 propositions du Livre I sont présentées, mais les preuves sont réorganisées en étapes numérotées (figure 4).

EUCLID'S ELEMENTS OF GEOMETRY.

BOOK I.

DEFINITIONS.

The word **DEFINITION** is derived from the Latin verb **DEFINIRE**, *to mark out a limit or boundary*; we may then at first consider a Definition, for the most part, as a short description of the properties belonging to certain geometrical forms and figures, giving us marks whereby we are enabled to conceive an idea of them in our minds, and to trace their shapes on any flat surface.

The Definitions of Book I. of Euclid's Elements may be divided into four Sections as follows, the third admitting of further subdivision:—

Section 1. Point, Line, and Surface	Def. I.—VII.
2. Angles	Def. VIII.—XII.
3. Figures	Def. XIII.—XXXIV.
A. The Circle and its parts ...	Def. XV.—XIX.
B. Rectilineal Figures	Def. XX.—XXXIV.
a. Triangles	Def. XXIV.—XXIX.
b. Quadrilateral Figures.	Def. XXX.—XXXIV.
4. Supplementary	Def. XXXV.—Etc.

SECTION I. POINT, LINE, AND SURFACE. Def. I.—VII.

I. A **POINT** is that which has no parts, or that which has no magnitude.

Euclid's point is therefore imaginary, showing position only: we cannot make a point, however small, without size or magnitude; the smallest dot we can make with a pen or pencil must have length and breadth to be visible.

II. A **LINE** is length without breadth.

Here a line is merely an imaginary track from one point to another, whether straight or curved:—as in the case of the point, a line drawn on paper must have length and breadth to be visible. Euclid's definitions of a point and line apply only to ideal points and lines, which can exist only in imagination.

III. The **EXTREMITIES** of a line are points.

The points denote the position of either end of the line.

9. Wherefore the angle **BAC** must coincide with the angle **EDF**, and is equal to it. (*Axiom 8.*)

CONCLUSION.—Therefore, if two triangles, &c. (*See Enunciation.*) Which was to be shewn.

PROPOSITION 9.—PROBLEM.

To bisect a given rectilineal angle, that is, to divide it into two equal parts.

GIVEN.—Let **BAC** be the given rectilineal angle.

Sought.—It is required to bisect it.

CONSTRUCTION.—1. Take any point **D** in **AB**.

2. From **AC** (*the greater*), cut off a part **AE**, equal to **AD** (*the less*). (*Prop. 3, Book I.*)

3. Join **DE**.

4. Upon **DE**, describe an equilateral triangle **DEF** (*on the opposite side of the base, to that on which the triangle DAE is formed.*)

5. Join **AF**; the straight line **AF** shall bisect the angle **BAC**.

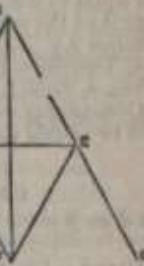
PROOF.—1. Because **AD** is equal to **AE** (*Construction 2*), and **AF** is common to the two triangles **DAF**, **EAF**.

2. The two sides **DA**, **AF**, are equal to the two sides **EA**, **AF**, each to each.

3. And the base **DF** is equal to the base **EF**. (*Construction 4.*)

4. Therefore, the angle **DAF** is equal to the angle **EAF**. (*Proposition 8, Book I.*)

CONCLUSION.—Wherefore the given rectilineal angle **BAC** is bisected by the straight line **AF**. Which was to be done.



PROPOSITION 10.—PROBLEM.

To bisect a given finite straight-line, that is, to divide it into two equal parts.

GIVEN.—Let **AB** be the given straight line.

Sought.—It is required to divide it into two equal parts.

CONSTRUCTION.—1. On **AB** construct the equilateral triangle **ABC**. (*Prop. 1, Book I.*)

Figure 4. Young a apparemment ajouté cette division des définitions de Simson en sections (p. 1) ainsi que la numérotation des étapes des démonstrations, comme dans I.9 (p. 27), qui étaient présentées sous forme de paragraphes en prose dans *The Elements of Euclid* et de nombreux autres manuels de géométrie. Archive Internet.

Robert Potts (1805-1885) est devenu tuteur privé à l'université de Cambridge après avoir obtenu un BA (25e wrangler) en 1832 et une MA en 1835 au Trinity College. Il a édité *The Elements of Euclid* pour les académies en 1845 et a adapté le livre aux écoles l'année suivante en le destinant aux « classes juniors des écoles publiques et privées ». *Euclid's Elements of Geometry: The First Six Books, Chiefly from the Text of Dr. Simson* fut réimprimé au moins cinq fois à Londres [7]; les éditeurs américains ont commencé à publier l'ouvrage en 1871 [8]; et Adam Miller & Company à Toronto l'a repris en 1876, imprimant à la fois une version complète du texte (basée sur les troisième et cinquième éditions de Potts, respectivement de 1850 et 1863) et une version abrégée ne contenant que le livre I [9 ; 10]. Les définitions, axiomes, postulats et propositions semblent provenir directement de l'ouvrage de Simson, mais Potts a ajouté de nombreuses notes à la fin de chaque livre (par exemple, quatre pages sur les définitions du livre I). Il a également fourni de nombreuses questions pour approfondir la compréhension des élèves, rédigé un essai intitulé « On the Ancient Geometrical Analysis » (à ce stade, j'avoue que je me suis demandée quel genre d'adolescent pouvait encore suivre Potts) et inclus des problèmes analytiques, des propositions supplémentaires et des exercices géométriques à prouver par les élèves (figure 5). Par exemple, le livre I comportait à lui seul 38 pages de matériel supplémentaire, tandis que 20 pages étaient ajoutées au livre II. Les livres XI et XII figuraient également dans le texte, bien qu'ils n'aient jamais été mentionnés sur les pages de titre de Potts. Venaient ensuite des indices et des explications pour les exercices géométriques. L'éditeur a probablement inséré des questions d'examen de l'université de Toronto, qui ne figurent pas dans les versions imprimées à Londres et à New York. Enfin, il y avait un index des exercices géométriques qui avaient été utilisés lors des examens dans les collèges de l'université de Cambridge.

certain limits, and that certain magnitudes increase while others decrease within those limits; and after having reached a certain value, the former begin to decrease, while the latter increase. This circumstance gives rise to questions of *maxima* and *minima*, or the greatest and least values which certain magnitudes may admit of in indeterminate problems.

In the following collection of problems and theorems, most will be found to be of so simple a character, (being almost obvious deductions from propositions in the Elements) as scarcely to admit of the principle of the Geometrical Analysis being applied, in their solution.

It must however be recollect ed that a clear and exact knowledge of the first principles of Geometry must necessarily precede any intelligent application of them. Indistinctness or defectiveness of understanding with respect to these, will be a perpetual source of error and confusion. The learner is therefore recommended to understand the principles of the Science, and their connexion, fully, before he attempt any applications of them. The following directions may assist him in his proceedinga.

ANALYSIS OF THEOREMS.

1. Assume that the Theorem is true.
2. Proceed to examine any consequences that result from this admission, by the aid of other truths respecting the diagram, which have been already proved.
3. Examine whether any of these consequences are already known to be *true*, or to be *false*.
4. If any one of them be false, we have arrived at a *reductio ad absurdum*, which proves that the theorem itself is false, as in Euc. i. 25.
5. If none of the consequences so deduced be *known* to be either true or false, proceed to deduce other consequences from all or any of these, as in (2).
6. Examine these results, and proceed as in (3) and (4); and if still without any conclusive indications of the truth or falsehood of the alleged theorem, proceed still further, until such are obtained.

ANALYSIS OF PROBLEMS.

1. In general, any given problem will be found to depend on several problems and theorems, and these ultimately on some problem or theorem in Euclid.
2. Describe the diagram as directed in the enunciation, and suppose the solution of the problem effected.
3. Examine the relations of the lines, angles, triangles, &c. in the diagram, and find the dependence of the assumed solution on some theorem or problem in the Elements.
4. If such cannot be found, draw other lines parallel or perpendicular as the case may require, join given points, or points assumed in the solution, and describe circles if need be: and then proceed to trace the dependence of the assumed solution on some theorem or problem in Euclid.
5. Let not the first unsuccessful attempts at the solution of a Problem be considered as of no value; such attempts have been found to lead to the discovery of other theorems and problema.

APPENDIX.
EXAMINATION PAPERS IN EUCLID
 SET TO CANDIDATES FOR
First and Second Class Provincial Certificates,
 AND TO STUDENTS MATRICULATING IN THE
UNIVERSITY OF TORONTO.

SECOND CLASS PROVINCIAL CERTIFICATES, 1871.

TIME—TWO HOURS AND A HALF.

1. If two triangles have two sides of the one equal to two sides of the other, each to each, and have likewise their bases equal, the angle which is contained by the two sides of the one shall be equal to the angle contained by the two sides, equal to them, of the other.
2. Triangles upon the same base, and between the same parallels, are equal to one another.
3. If the square described upon one of the sides of a triangle be equal to the squares described upon the other two sides of it, the angle contained by these two sides is a right angle.
4. If a straight line be divided into two equal, and also into two unequal parts, the squares on the two unequal parts are together double of the square on half the line, and of the square on the line between the points of section.
5. If a straight line be divided into any two parts, the rectangles contained by the whole and each of the parts are together equal to the square on the whole line.
6. Bisect a parallelogram by a straight line drawn from a point in one of its sides.
7. Let A B C be a triangle, and let B D be a straight line drawn to D, a point in A C between A and C, then, if A B be greater than A C, the excess of A B above A C is less than that of B D above D C.
8. In a triangle A B C, A D being drawn perpendicular to the straight line B D which bisects the angle B, show that a line drawn from D parallel to B C will bisect A C.

NOTE.—The percentage of marks requisite, in order that a candidate may be ranked of a particular grade, will be taken on the value of the above paper, omitting question 8.

Figure 5. Problèmes analytiques de Potts pour le livre I (p. 68) et première page des questions d'examen de l'Université de Toronto (annexe, p. 1). Archive Internet.

Pour décrire et expliquer de manière exhaustive l'utilisation du manuel de Simson au Canada, il faudrait effectuer un travail considérable dans les archives religieuses et éducatives : que disent les registres scolaires et ministériels sur la période et les lieux où *The Elements of Euclid* était un manuel obligatoire ? Quels enseignants ou professeurs ont évoqué leur enseignement de la géométrie dans leur correspondance et leurs articles ? D'anciens élèves ont-ils mentionné leurs expériences en classe à des membres de leur famille ou à des collègues ? Quels changements dans le contenu et les philosophies d'enseignement sont révélés par la comparaison ligne par ligne des textes ? Comment les annotations manuscrites sur les exemplaires qui ont survécu indiquent-elles les sujets abordés et la rapidité avec laquelle ils l'ont été ? Des questions comme celles-ci sur Robert Simson aux États-Unis m'ont conduit à rédiger ma thèse [1] et à me lancer une carrière consacrée à la compréhension de l'histoire de l'enseignement des mathématiques, qui s'étend désormais sur plus de trente ans... et qui a inclus l'analyse de dizaines de manuels de géométrie aussi excentriques qu'intellectuels.

Références

- [1] Ackerberg-Hastings, Amy. (2000) *Mathematics is a Gentleman's Art: Analysis and Synthesis in American College Geometry Teaching, 1790–1840*. Ph.D. diss., Iowa State University.
- [2] Ackerberg-Hastings, Amy. (2023) *Analysis and Synthesis in Robert Simson's The Elements of Euclid*. In *Research in History and Philosophy of Mathematics: The CSHPM 2021 Volume*, edited by Maria Zack and David Waszek, 133–147. Annals of the Canadian Society for History and Philosophy of Mathematics. Birkhäuser.
- [3] Archibald, Thomas, and Louis Charbonneau. (1995) Mathematics in Canada before 1945: A preliminary survey. In *Mathematics in Canada*, edited by Peter Fillmore, vol. 1, 1–90. Ottawa: Canadian Mathematical Society. Reprinted (2005) in *Mathematics and the Historian's Craft: The Kenneth O. May Lectures*, edited by Glen Van Brummelen and Michael Kinyon, 141–182. CMS Books in Mathematics. New York: Springer.
- [4] Burnett, John. (1983) *Robert Simson's Euclid and the Foulis Press*. *Bibliotheca* 11, 136–148.
- [5] Gibson, G. A. (1927–1929) *Sketch of the History of Mathematics in Scotland to the end of the 18th Century*. *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society* 2nd ser., 1, 1–18, 71–93.

[6] Orenstein, David. (2007) The Archival Record of Mathematical Sciences in Nouvell-France and Bas-Canada. *Proceedings of the Canadian Society for History and Philosophy of Mathematics* 20, 200–204.

[7] Potts, Robert (1859) *Euclid's Elements of Geometry: The First Six Books, Chiefly from the Text of Dr. Simson: The School Edition*. 5th ed. London: John W. Parker and Son.

[8] Potts, Robert (1871) *Euclid's Elements of Geometry: The First Six Books, Chiefly from the Text of Dr. Simson*. Reprint of 1859 5th edition. New York: John F. Trow.

[9] Potts, Robert. (1876a) *Euclid's Elements of Geometry: The First Six Books, Chiefly from the Text of Dr. Simson*. Reprint of the 1863 printing of the 5th edition. Toronto: Adam Miller & Co.

[10] Potts, Robert. (1876b) *Euclid's Elements of Geometry: Book I*. Toronto: Adam Miller & Co.

[11] Simson, Robert. (1756) *The Elements of Euclid, viz. The First Six Books, Together with the Eleventh and Twelfth*. Glasgow: Robert and Andrew Foulis. Simultaneously published in Latin as *Euclidis Elementorum, Libri Prioris Sex, Item Undecimus et Duodecimis*. Glasgow: Robert and Andrew Foulis.

[12] Young, Francis. (1858) *Scripture History: The Pentateuch*. Routledge's Educational Manuals. London: Routledge & Co.

[13] Young, Francis. (1871) *Euclid's Elements of Geometry, Book I, Based on Simson's Text with Explanatory Remarks*. Toronto: James Campbell & Son.

Amy Ackerberg-Hastings is co-editor of *CNSHPM Notes*, Content Editor of the *CNSHPM Bulletin*, and co-editor of *MAA Convergence*. She has written numerous articles on Robert Simson, John Playfair, and the use of their geometry textbooks in Scotland and the United States.

Droits d'auteurs & autorisations

La Société mathématique du Canada autorise les lecteurs individuels de cette publication à copier les articles pour leur usage personnel. L'utilisation à d'autres fins est strictement interdite. Pour obtenir une licence autre que la copie d'articles à des fins personnelles, veuillez contacter la Société mathématique du Canada pour demander des autorisations ou des conditions de licence.

Société mathématique du Canada — 616 Cooper St., Ottawa (ON) K1R 5J2, Canada