

Craig Fraser (Institute for the History and Philosophy of Science and Technology, University of Toronto)

CSHPM Notes brings scholarly work on the history and philosophy of mathematics to the broader mathematics community. Authors are members of the Canadian Society for History and Philosophy of Mathematics (CSHPM). Comments and suggestions are welcome; they may be directed to the column's editors:

Amy Ackenberg-Hastings, independent scholar (aackerbe@verizon.net)

Nicolas Fillion, Simon Fraser University (nfillion@sfu.ca)

Deux articles illustrent bien l'étendue des recherches menées par les historiennes et historiens des mathématiques sur l'histoire de la classification et de la recherche d'information en mathématiques : « Abstract Relations: Bibliography and the Infra-structures of Modern Mathematics » [1], de Michael J. Barany, publié en 2021, et « Mathematics in Library and Review Classification Systems: An Historical Overview » [4], de Craig Fraser, publié en 2020. Le présent article propose un résumé de la partie de l'article de Fraser consacrée à l'étude des idées et des innovations liées à la classification des revues et des livres de recherche en mathématiques. Il complète une chronique précédente des Notes de la SMC consacrée à la classification des livres de mathématiques dans les bibliothèques [3]. L'article de Barany est recommandé comme lecture complémentaire pour son exploration des aspects sociaux et politiques plus larges de la classification des mathématiques depuis les années 1920.

Quelques éléments de contexte au XIXe siècle

Comme la plupart des lectrices et lecteurs des Notes le savent, les mathématiques — et, en fait, l'ensemble de la vie intellectuelle — ont connu de profonds changements tout au long du XIXe siècle en Europe. L'une de ces transformations fut la maturation de la physique en tant que discipline universitaire, avec la création correspondante de revues, de sociétés savantes et de départements universitaires. Le niveau mathématique et la sophistication des travaux en physique ont également augmenté de façon considérable. Au XVIIIe siècle, les principaux contributeurs à la physique mathématique étaient aussi des mathématiciens de premier plan : Taylor, d'Alembert, Euler, Lagrange, Laplace, etc. Toutefois, à la fin du XIXe siècle, les principaux contributeurs à la physique mathématique étaient des physiciens : Maxwell, Kelvin, Hertz, Weber, Boltzmann, etc. McCormmach et Jungnickel résument bien la situation [6, p. 185] : « Le rôle d'intermédiaire entre les mathématiques et la physique, que l'on considérait Riemann comme occupant, était de plus en plus assumé par un nouveau type de spécialiste, le physicien théoricien. Le physicien théoricien pouvait consulter un mathématicien ou même collaborer avec lui, mais il travaillait toujours en tant que physicien plutôt qu'en tant que mathématicien. » Cette situation allait avoir des répercussions sur les personnes qui tentaient de décrire les recherches menées en physique.

Entre-temps, au sein même des mathématiques, l'importance accordée aux mathématiques pures s'est accrue, une évolution qui, dans le cas de l'Allemagne, était liée à la conception culturelle du néo-humanisme (voir [8]). Les revues de mathématiques continuaient d'inclure la mécanique et des sujets appliqués, mais, au fil du temps, les applications représentaient une part de moins en moins importante du contenu total publié dans ces périodiques.

Un autre changement fut l'émergence des fondements des mathématiques comme domaine de discussion et de recherche. Cette évolution était liée à l'importance accordée aux mathématiques pures, mais elle a également été stimulée par un regain d'intérêt pour la logique formelle. Traditionnellement, les mathématiques étaient distinguées des disciplines langagières que sont la logique, la rhétorique et la grammaire, une distinction qui était intégrée à la structure à la fois du programme des arts libéraux et des conceptions des connaissances issues des Lumières. L'émergence de systèmes logiques formels a fourni un langage permettant d'explorer des sujets mathématiques. En philosophie des mathématiques, un ouvrage important fut *Die Grundlagen der Arithmetik* (Les fondements de l'arithmétique), publié en 1884 par Gottlob Frege. Frege soutenait que le fondement du nombre dans le langage conférait à l'arithmétique une objectivité indépendante des considérations physiques. Il convient de noter que la consolidation des fondements des mathématiques en tant que domaine de recherche mathématique ne s'est pas faite immédiatement; il s'agissait plutôt d'une évolution qui n'a atteint sa pleine expression qu'au XXe siècle. (Pour plus de détails sur le sujet de cette section, voir [2].)

Décrire une discipline en expansion

La croissance remarquable des mathématiques au XIXe siècle a donné naissance à un genre d'écrits consacré aux synthèses de l'état des travaux dans divers domaines d'intérêt. Par exemple, les rapports présentés lors des réunions annuelles de la British Association for the Advancement of Science (BAAS) fournissaient des informations sur les recherches en cours, comme le « Report on the recent progress of theoretical dynamics » d'Arthur Cayley, présenté en 1847 lors de la réunion de la BAAS à Dublin et publié l'année suivante. Cayley y exposait en détail les développements survenus depuis 1800 dans la théorie de Hamilton-Jacobi et la théorie des transformations canoniques. En 1861, Isaac Todhunter publia son ouvrage *A History of the Progress of the Calculus of Variations during the Nineteenth Century*. Le mot « progress » dans le titre indiquait que le livre couvrait les travaux réalisés jusqu'au moment de sa publication et constituait donc autant une revue de la littérature qu'une histoire.

Parallèlement, les revues de mathématiques faisaient preuve d'une certaine constance dans leur façon d'organiser les connaissances mathématiques. La conception générale avait été formulée par Auguste Comte et André-Marie Ampère au début du XIXe siècle. Leurs idées se reflétaient dans la table des matières du premier numéro, publié en 1836, du *Journal für die reine und angewandte Mathematik* (Journal de mathématiques pures et appliquées, également connu sous le nom de journal de Crelle, d'après son principal rédacteur, Leopold Crelle). La table des matières se divisait en deux parties : les mathématiques pures, comprenant l'analyse, la géométrie et la mécanique; et les mathématiques appliquées, comprenant des do-

maines de la physique tels que les machines, l'optique, l'astronomie, etc. L'analyse elle-même était divisée en arithmétique, algèbre et diverses branches liées au calcul.

En 1871, deux professeurs de mathématiques d'un gymnase berlinois, Carl Ohrtmann et Felix Müller, ont fondé la revue *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* (Annuaire des progrès des mathématiques). Le Jahrbuch s'inspirait d'une revue de résumés consacrée à la physique qui existait depuis près de 25 ans, la Fortschritte der Physik (Progrès de la physique). Bien que les publications recensées dans le Jahrbuch fussent principalement des articles de périodiques, les livres étaient également inclus. L'organisation générale des mathématiques dans le Jahrbuch reflétait celle des sujets abordés dans des revues de recherche importantes comme le journal de Crelle. Cet ordre des sujets — arithmétique—algèbre—analyse—géométrie — différait de celui qui était largement utilisé dans la classification des livres en bibliothèque, qui suivait l'ordre plus traditionnel arithmétique—algèbre—géométrie—calcul. Le fait de placer les domaines les plus abstraits et complexes de l'analyse supérieure avant la géométrie euclidienne élémentaire reflétait une orientation « moderne » des mathématiques qui est demeurée en place depuis la seconde moitié du XIXe siècle. (La place des mathématiques structurelles abstraites et l'organisation des sujets sont examinées par Barany dans [1].)

Zentralblatt et Mathematical Reviews

Au fil des années, un délai considérable s'est créé entre la publication des articles et des livres et la parution de leurs comptes rendus dans le Jahrbuch. À la fin des années 1920, ce délai avait atteint environ sept ans. En 1931, les mathématiciens de Göttingen Otto Neugebauer et Richard Courant fondèrent le Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete (Journal de mathématiques et de leurs domaines connexes) afin de permettre une recension plus rapide de la littérature mathématique. Le premier rédacteur en chef du Zentralblatt fut Neugebauer, qui occupa ce poste jusqu'en 1938, année où il démissionna et rejoignit l'exode des scientifiques de l'Allemagne hitlérienne vers les États-Unis.

À son arrivée en Amérique, Neugebauer devint professeur à l'Université Brown, à Providence, au Rhode Island, où, en 1940, vit le jour la revue de résumés Mathematical Reviews (ci-après MR) (pour l'histoire des débuts de MR, ainsi que pour les développements jusqu'aux années 1980, voir [7]). L'essor des États-Unis en tant que centre scientifique et l'importance de la communauté mathématique anglophone aux États-Unis et dans le Commonwealth britannique rendaient la création de MR naturelle. L'influence des politiques nazies sur le fonctionnement du Zentralblatt constituait également un facteur. Neugebauer et l'analyste russo-américain Jacob Tamarkin furent les premiers rédacteurs en chef de la revue. En 1965, MR déménagea à Ann Arbor, au Michigan, à proximité de l'Université du Michigan, où elle se trouve encore aujourd'hui.

L'organisation des sujets du Jahrbuch, du Zentralblatt et de MR était similaire, comme le montre la table des matières du premier numéro de chacune de ces revues, présentée au tableau 1.

<i>Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik (1871)</i>	<i>Zentralblatt für Mathematik (1931)</i>	<i>Mathematical Reviews (1940)</i>
History and philosophy	Foundations and philosophy	History and foundations
Algebra and number theory	History	Algebra and number theory (including groups)
Probability and combinatorics	Algebra and number theory	Analysis
Series	Theory of sets and real functions	Topology
Differential and integral calculus	Analysis	Geometry
Theory of functions	Numerical and graphical methods	Numerical and graphical methods
Pure, elementary, and synthetic geometry	Geometry	Mechanics
Analytical geometry	Mechanics	Mathematical physics
Mechanics	Mathematical physics	
Mathematical physics and astronomy		

Tableau 1. La classification des sujets adoptée par MR en 1940 était quelque peu plus détaillée que le schéma général présenté ci-dessus. La table des matières complète du premier numéro de MR, publié en 1940, est présentée à la figure 1.

TABLE OF CONTENTS

History: 33, 129, 289.	Calculus of variations: 19, 77, 243.
Foundations: 34, 131, 321.	Theory of probability: 21, 61, 148, 245, 340.
Algebra: 1, 35, 97, 193, 322.	Theoretical statistics: 22, 63, 151, 247, 345.
Equations, polynomials: 1, 36, 97, 193, 322.	Applications of the theory of probability, economics: 23, 154, 250, 348.
Linear algebra: 1, 35, 97, 194, 324.	Topology: 29, 45, 105, 219, 316.
Abstract algebra: 2, 37, 99, 195, 325.	Geometry: 25, 79, 155, 165, 260.
Theory of numbers: 4, 38, 65, 133, 199, 290.	Convexities, extremal problems, etc.: 81, 158, 263.
Theory of groups: 5, 42, 103, 161, 257.	Algebraic geometry: 26, 82, 166, 266.
Analysis: 7, 46, 70, 108, 137, 177, 204, 225, 296, 328.	Differential geometry: 27, 84, 168, 268.
Calculus: 7, 46, 72, 108, 298.	Numerical and graphical methods: 31, 125, 252.
Special problems (inequalities, convex functions, etc.): 7, 70, 137, 204, 296.	Nomography: 253.
Theory of sets, theory of functions of real variables: 8, 47, 109, 205, 301.	Mechanics: 19, 60, 89, 122, 182, 281.
Theory of functions of complex variables: 8, 48, 111, 210, 305.	Dynamics, celestial mechanics, relativity: 19, 60, 123, 182, 281, 282.
Theory of series: 10, 50, 216.	Hydrodynamics, aerodynamics: 20, 89, 184, 283.
Fourier series and integrals, theory of approximation: 11, 51, 73, 138, 225, 328.	Theory of elasticity: 20, 91, 187, 286.
Special functions: 116, 231.	Mathematical physics: 24, 92, 158, 190, 223, 274, 349.
Differential equations: 15, 54, 75, 118, 144, 177, 234, 313.	Bibliographical notes: 32, 128, 256.
Integral equations: 17, 144, 238.	Author index: 353.
Functional equations: 181.	Subject index: 385.
Functional analysis, ergodic theory: 17, 57, 144, 238, 335.	Errata: 400.

Figure 1. Table des matières du volume 1 de *Mathematical Reviews*, telle qu'elle apparaît dans les [archives Internet](#). Le premier numéro complet, paru en janvier 1940, est également disponible pour consultation.

Le système de classification des sujets mathématiques (MSC)

Au cours des deux premières décennies de son existence, les volumes d'index thématique de MR étaient organisés selon les domaines figurant dans la table des matières de chaque numéro. Toutefois, contrairement à l'ordre de la table des matières, l'index était organisé par ordre alphabétique; toutes les sous-catégories étaient également classées par ordre alphabétique. En 1960, un système de codes fut introduit dans l'index, dans lequel les domaines, tels qu'ils figuraient dans la table des matières, recevaient des numéros à deux chiffres allant de 02 à 99. Jusqu'à l'année 1959, tous les sujets de l'index étaient classés par ordre alphabétique. En revanche, l'index de 1959 classait les sujets selon leur position dans la table des matières, au moyen de ces codes numériques à deux chiffres croissants, suivant une certaine conception des relations naturelles entre ces sujets.

L'introduction, en 1970, de la *Mathematics Subject Classification* (MSC) n'était pas motivée par un intérêt particulier pour la classification du contenu de MR. Une personne qui lisait un numéro de MR pouvait simplement consulter la table des matières et se rendre à la section correspondant à son domaine d'intérêt mathématique. C'est plutôt pour traiter efficacement les demandes de tirés à part ou de titres qu'il s'est avéré utile de disposer d'un système formel de codes de classification. L'impulsion pour développer la MSC est donc venue, à la fin des années 1960, du *Mathematical Offprint Service* (MOS) de l'AMS et de son successeur, le *Mathematical Title Service* (MTS).

Dans le système MSC de 1970, le nombre de classes et de sous-classes est passé de 900 à 1 900. Le système a conservé les nombres entiers correspondant aux domaines, mais il leur a ajouté une lettre de l'alphabet pour indiquer une classe. Les divisions supplémentaires au sein de chaque classe étaient indiquées par un nombre à deux chiffres. Par exemple, la théorie des représentations des groupes symétriques recevait désormais le code 20C30. Ici, 20 — comme auparavant — désignait le domaine de la théorie des groupes, C indiquait la théorie des représentations des groupes finis, et 30 correspondait aux représentations des groupes symétriques.

Les codes MSC à deux chiffres sont apparus pour la première fois dans la table des matières des numéros de MR de 1977. Ils apparaissaient également à côté de chaque titre de sujet et en haut de chaque page. Au cours de cette période, des codes à trois caractères (numéro de sujet à deux chiffres et lettre de classe) étaient utilisés dans le périodique *Current Mathematical Publications* de l'AMS. En 1980, des codes de sujet à deux chiffres ont été attribués à chaque compte rendu dans les numéros réguliers de MR et sont devenus une partie

plus intégrante de la revue. Dans les années 1990, chaque compte rendu de MR était accompagné de son code MSC complet à cinq caractères, selon la version la plus récente de la MSC au moment de la publication.

L'arrivée de MathSciNet et de zbMath

La version en ligne de MR, MathSciNet, a été créée en 1996. Elle a depuis remplacé l'édition imprimée, dont la publication a pris fin en 2012. (Pour les aspects techniques liés à la création de MathSciNet et à la plateforme utilisée pour son fonctionnement, voir [5].) De la création de MR à l'arrivée de MathSciNet, la classification a connu plusieurs changements. La politique de MathSciNet est « historique », ce qui signifie qu'elle attribue le code qui était en vigueur au moment de la publication de l'article recensé (pour les articles publiés avant 1960, les codes numériques de 1960 sont utilisés). Prenons ici l'exemple de la théorie des ensembles. Dans les années 1940 et au début des années 1950, la théorie des ensembles était incluse sous la rubrique « Theory of sets, theory of functions of a real variable », et les publications de MathSciNet de cette période reçoivent le code 27.2. Dans les années 1950, la théorie des ensembles a été placée sous la rubrique « Foundations », et dans MathSciNet, ces travaux sont classés sous le code 02, qui avait été introduit en 1960 pour les fondements. Entre 1959 et 1999, la théorie des ensembles a reçu sa propre rubrique et se voit donc attribuer dans MathSciNet le code 04 de 1960.

Dans MSC2000, la logique mathématique et les fondements ont reçu le code 03; les codes 02 et 04 ont été supprimés; et la théorie des ensembles a été réintégrée à la logique et aux fondements et s'est vu attribuer le code 03E. Par exemple, dans MathSciNet, *Einleitung in die Mengenlehre* (*Introduction à la théorie des ensembles*, 1946) d'Abraham A. Fraenkel reçoit le code 27.2, *Foundations of Set Theory* (1958) d'Abraham A. Fraenkel et Yehoshua Bar-Hillel reçoit le code 02, *Elements of Mathematics: Theory of Sets* (1968) de Nicolas Bourbaki reçoit le code 04, et *Set Theory* (2001) de John P. Burgess reçoit le code 03E, ce dernier étant le code correspondant à la théorie des ensembles dans MSC2000 et le code actuellement utilisé pour la théorie des ensembles dans MathSciNet.

De même, la revue *Zentralblatt* a été remplacée par le service électronique de comptes rendus zbMath. Depuis plusieurs décennies, les organismes MathSciNet et zbMath collaborent à la révision du système de classification MSC [7]. Des révisions majeures ont eu lieu en 1991, 2000, 2010 et 2020. À mesure qu'une part croissante de la littérature sous forme de livres n'est publiée que sous forme électronique, les systèmes traditionnels de classification par cotes de la Library of Congress et de la Classification décimale de Dewey perdront de leur importance. La MSC a plutôt dépassé son utilité initiale pour la recherche de titres et est devenue aujourd'hui le principal système mondial de classification des mathématiques.

References

- [1] Barany, Michael J. (2021) [Abstract Relations: Bibliography and the Infra-structures of Modern Mathematics](#). *Synthese* 198 (Suppl 26), S6277–S6290. The supplement is titled “Enabling Mathematical Cultures.”
- [2] Fraser, Craig. (2002) Mathematics. In *The History of Modern Science and Mathematics*, edited by Brian S. Baigrie, i:305–327. Charles Scribner's Sons.
- [3] Fraser, Craig. (2017) [Mathematics in Library Subject Classification Systems](#). In *Research in History and Philosophy of Mathematics: The CSHPM 2016 Annual Meeting in Calgary, Alberta*, edited by Maria Zack and Dirk Schlimm, 181–197. Cham, Switzerland: Springer International Publishing.
- [4] Fraser, Craig. (2020) [Mathematics in Library and Review Classification Systems: An Historical Overview](#). *Knowledge Organization* 47, 334–356.
- [5] Gala, Lauren, Jeffra Diane Bussmann, and Anya C. Bartelmann. (2019) [MathSciNet: A Comparative Analysis of American Mathematical Society and EBSCO Platforms](#). *Journal of Electronic Resources Librarianship* 31, 1–13.
- [6] Jungnickel, Christa, and Russell McCormmach. (1986) *Intellectual Mastery of Nature. Theoretical Physics from Ohm to Einstein, Volume 1: The Torch of Mathematics, 1800 to 1870*. Chicago: University of Chicago Press.
- [7] Pitcher, Everett. (1988) [Mathematical Reviews](#). In *Pitcher's A History of the Second Fifty Years, American Mathematical Society, 1939–1988*, 69–89. American Mathematical Society Centennial Publications, Vol. 1. Providence, RI: American Mathematical Society.
- [8] Pyenson, Lewis. (1983) [Neohumanism and the Persistence of Pure Mathematics in Wilhelminian Germany](#). *Memoirs of the American Philosophical Society*, Vol. 150. Philadelphia: American Philosophical Society.

Craig Fraser is professor emeritus at the Institute for the History and Philosophy of Science and Technology of the University of Toronto. His work on the history of mathematics and astronomy from the early 1980s to the present (including the three publications listed in the references above) can be accessed at <https://cfraser.artsci.utoronto.ca/publications.htm>.

Droits d'auteurs & autorisations

La Société mathématique du Canada autorise les lecteurs individuels de cette publication à copier les articles pour leur usage personnel. L'utilisation à d'autres fins est strictement interdite. Pour obtenir une licence autre que la copie d'articles à

des fins personnelles, veuillez contacter la Société mathématique du Canada pour demander des autorisations ou des conditions de licence.

Société mathématique du Canada — 616 Cooper St., Ottawa (ON) K1R 5J2, Canada